**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**

***Факультет Вычислительной математики и кибернетики***

# Реализация явной разностной схемы для решения уравнения теплопроводности с использованием CUDA

Бастраков С.И.

Донченко Р.В.

# Постановка задачи

- Рассматривается задача Дирихле для двумерного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial t} = \Delta u(x,y,t) + f(x,y,t)$$

$$a \le x \le b, \qquad c \le y \le d, \qquad 0 \le t \le T$$

$$u(x,y,0) = u_0(x,y)$$

ГУ
$$\begin{cases} u(a,y,t) = \varphi_1(y,t),\ u(b,y,t) = \varphi_2(y,t) \\ u(x,c,t) = \varphi_3(x,t),\ u(x,d,t) = \varphi_4(x,t) \end{cases}$$

# Постановка задачи

- Введем равномерную сетку с шагами по пространству и времени $\Delta x$, $\Delta y$ и $\Delta t$ соответственно.
- Обозначим $v^{(k)}_{ij}$ – сеточное значение в точке $(x_i, y_j)$ в $k$-й момент времени.
- Будем использовать следующую явную разностную схему для внутренних узлов:

$$v^{(k+1)}_{ij} = v^{(k)}_{ij} + \Delta t * \left( f(x_i, y_j) + \frac{v^{(k)}_{i+1j} - 2v^{(k)}_{ij} + v^{(k)}_{i-1j}}{\Delta x^2} + \frac{v^{(k)}_{ij+1} - 2v^{(k)}_{ij} + v^{(k)}_{ij-1}}{\Delta y^2} \right)$$

# Постановка задачи

- Будем производить вычисления слой за слоем по времени. Вычисления всех элементов одного слоя по времени независимы.
- Для простоты будем считать, что граничные условия не зависят от времени. При программной реализации функции вычисления значений в очередном слое будем вычислять лишь значения во внутренних узлах.

# Задание

- Ознакомиться с предоставленным проектом CUDA_HeatEquation, убедиться в том, что он компилируется, запускается и выдает “Test failed.”.
- Реализовать функцию, вычисляющую следующий слой по времени: step_gpu в файле heat_equation.cu.
- Предлагается следующий вариант реализации. Пусть ядро вычисляет один слой по времени. Каждый поток вычисляет один элемент, используются двумерные индексы. Рекомендуется использовать блоки фиксированного размера, например, 16 на 16.
- Убедиться, что полученный результат совпадает с результатом CPU-версии, в этом случае будет выведено сообщение “Test passed.”

# Дополнительное задание

- Добавить поддержку «полноценных» граничных условий, зависящих от времени.